

Fecha de aprobación: 23/06/2025

Guía docente de la asignatura

Variedades Diferenciables (27011C2)

Grado	Grado en Matemáticas	Rama	Ciencias				
Módulo	Complementos de Geometría y Topología	Materia	Variedades Diferenciables				
Curso	4 ^o	Semestre	1 ^o	Créditos	6	Tipo	Optativa

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Para un correcto aprovechamiento de la materia Variedades Diferenciables se recomienda haber superado las siguientes materias

- Geometrías I, II y III
- Topología I y II
- Curvas y Superficies

También se recomienda tener conocimientos adecuados sobre:

- Álgebra lineal y multilineal
- Cálculo de una y varias variables
- Ecuaciones diferenciales ordinarias

En el caso de utilizar herramientas de IA para el desarrollo de la asignatura, el estudiante debe adoptar un uso ético y responsable de las mismas. Se deben seguir las recomendaciones contenidas en el documento de "Recomendaciones para el uso de la inteligencia artificial en la UGR" publicado en esta ubicación:

<https://ceprud.ugr.es/formacion-tic/>

<https://ceprud.ugr.es/formacion-tic/inteligencia-artificial/recomendaciones-ia>

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Variedades diferenciables
- Vectores tangentes, campos y formas
- Integración en variedades. Teorema de Stokes

COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA**COMPETENCIAS GENERALES**

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto



- avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
 - CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
 - CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
 - CG05 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía
 - CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas
- CE08 - Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

- Comprender y reconocer las variedades diferenciables y los objetos que aparecen en el desarrollo del cálculo diferencial sobre las mismas.
- Conocer el cálculo integral y sus propiedades sobre una variedad diferenciable.



PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

Tema 1. Nociones básicas.

1. Concepto de variedad diferenciable.
2. Aplicaciones diferenciables entre variedades. Difeomorfismos.
3. Espacios tangente y cotangente.
4. La diferencial de una aplicación diferenciable.
5. Clasificación de aplicaciones diferenciables según el rango de su diferencial.

Tema 2. Campos de vectores.

1. Campos de vectores. Flujo de un campo de vectores.
2. Álgebra de Lie de campos de vectores.

Tema 3. Formas diferenciales

1. Formas diferenciales exteriores. El álgebra exterior.
2. Diferencial exterior de formas diferenciales. Formas cerradas y exactas.
3. Producto interior y derivada de Lie.

Tema 4. Integración en Variedades

1. Integración sobre una superficie
2. Orientación en variedades. Formas de volumen.
3. Dominios con borde en una variedad orientada.
4. Integración de formas diferenciales en dominios de variedades orientadas.

Tema 5. Teorema de Stokes

1. Orientación inducida en el borde de un dominio con borde diferenciable.
2. Teorema de Stokes sobre una superficie
3. Teorema de Stokes.
4. Algunas consecuencias: teorema de Green, teorema de la divergencia y teorema clásico de Stokes.

PRÁCTICO

Por cada tema del programa de teoría se complementará con una serie de ejercicios, problemas y/o actividades complementarias relacionados con el mismo.

Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas, los seminarios, las tutorías y las exposiciones orales.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

- AMORES, A.M.: Integración y formas diferenciales: un curso de análisis vectorial, Ed.



Sanz y Torres, Madrid, 2001.

- GAMBOA J.M. y RUIZ SANCHO, J.M.: Iniciación al estudio de las variedades diferenciables, 2ª Edición, Sanz y Torres S. L., Madrid, 2006.
- LEE, J.M.: Manifolds and Differential Geometry, Graduate Studies in Mathematics, vol. 107, American Mathematical Society, EE.UU., 2009.
- SPIVAK M.: A comprehensive introduction to Differential Geometry, Vol. I-V, Publish or Perish Inc. 1999.
- WARNER, F.: Foundations of differential manifolds and Lie groups, Scott Foresman and Co 1971.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- BACHMAN, D.: A Geometric Approach to Differential Forms, Birkhauser, 2012.
- GODBILLON, C.: Géométrie différentielle et Mécanique analytique, Collection Méthodes, Hermann, Paris, 1969.
- PÉREZ, J.: Apuntes de Geometría y Topología. <http://www.ugr.es/~jperez/papers/GeometriaYTopologia.pdf>

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD02 - Sesiones de discusión y debate
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD05 - Seminarios
- MD06 - Análisis de fuentes y documentos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales
- MD09 - Seguimiento del TFG

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

De acuerdo con la “Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada” (aprobada por acuerdo del C.G. el 20-05-2013), con objeto de evaluar la adquisición de los contenidos y competencias a desarrollar en la materia, se utilizarán alternativamente los sistemas de evaluación continua y de evaluación única final.

- Evaluación continua:

Será el método preferente de evaluación. Se trata de un sistema de evaluación diversificado que permita poner de manifiesto los diferentes conocimientos y capacidades adquiridos por el alumnado al cursar la asignatura, con los siguientes porcentajes:

- 70% de la calificación total: un único examen final correspondiente a la convocatoria ordinaria, siendo requerida una nota de 5 sobre 10 en el mismo para aprobar la asignatura.
- 30% de la calificación total: resolución de ejercicios y actividades complementarias.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA



El examen extraordinario de recuperación valdrá el 100% de la calificación.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Será un método excepcional de evaluación, podrán acogerse a él aquellos estudiantes que no puedan, por causa debidamente justificada, seguir el régimen de evaluación continua. La evaluación única final se realiza en un solo acto académico que podrá incluir cuantas pruebas sean necesarias para acreditar que el estudiante ha adquirido la totalidad de las competencias descritas en la Guía Docente de la asignatura. Esencialmente consistirá de un examen teórico-práctico de todo el temario detallado anteriormente. La calificación final será el 100% de la obtenida en el examen.

Las calificaciones finales se expresará mediante calificación numérica de acuerdo con lo establecido en el artículo 5 del R.D. 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en el territorio nacional. La calificación global corresponderá a la puntuación ponderada de los diferentes aspectos y actividades que integran el correspondiente sistema de evaluación.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos \(https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad\)](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

