

Guía docente de la asignatura

**Curvas y Superficies (2951137)**

Fecha de aprobación: 20/06/2024

<b>Grado</b>	Grado en Matemáticas y Física	<b>Rama</b>	Ciencias				
<b>Módulo</b>	Álgebra Lineal, Geometría y Topología	<b>Materia</b>	Curvas y Superficies				
<b>Curso</b>	3º	<b>Semestre</b>	2º	<b>Créditos</b>	6	<b>Tipo</b>	Obligatoria

**PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES**

Tener cursadas las asignaturas Geometría I, Geometría II, Geometría III y Topología I. Tener conocimientos adecuados sobre:

1. Cálculo diferencial en varias variables.
2. Ecuaciones diferenciales ordinarias.

**BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)**

- Curvas en el plano y en el espacio.
- Referencias de Frenet y curvaturas.
- Superficies en el espacio.
- Curvaturas de Gauss y media.
- Geodésicas.

**COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA****COMPETENCIAS GENERALES**

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma



- escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG05 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía
  - CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

1. Utilizar el análisis matemático para la modelización de problemas geométricos.
2. Comprender las nociones fundamentales de curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo.
3. Automatización de los procedimientos de cálculo, algebraico y analítico, mediante su aplicación a situaciones geométricas.

### PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

#### TEÓRICO

- Tema 1. Curvas en el plano y en el espacio
  - 1.1 Curvas parametrizadas. Curvas regulares. Longitud de arco.
  - 1.2. Teoría local de curvas regulares planas: curvatura y diedro de Frenet.



- 1.3. Teoría local de curvas regulares en el espacio: curvatura, torsión y triedro de Frenet.
- 1.4. Teorema fundamental de curvas en el espacio.
- Tema 2. Superficies en el espacio
  - 2.1. Definición de superficie y ejemplos.
  - 2.2. El cambio de parámetros. Funciones y aplicaciones diferenciables sobre superficies.
  - 2.3. El plano tangente y la primera forma fundamental.
  - 2.4. La diferencial de una función y de una aplicación diferenciable. Difeomorfismos.
- Tema 3. Curvaturas de una superficie
  - 3.1. Superficies orientables.
  - 3.2. Aplicación de Gauss. Endomorfismo de Weingarten. Curvaturas de Gauss y media.
  - 3.3. Expresiones locales y diferenciabilidad de las curvaturas.
  - 3.4. Curvaturas y geometría local. Secciones normales y fórmula de Euler.
  - 3.5. Curvaturas y geometría global. Teoremas de Hilbert, Hilbert-Liebmann y Jellet-Liebmann.
- Tema 4. Geometría intrínseca de superficies.
  - 4.1. Isometrías locales. Teoremas Egregium de Gauss y de rigidez de la esfera.
  - 4.2. Geodésicas.

## PRÁCTICO

Por cada tema del programa de teoría se entregará a los estudiantes al menos una relación de ejercicios, problemas y actividades complementarias. Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas y las tutorías, así como en los posibles seminarios, y exposiciones orales.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

- A. M. Amores Lázaro: Curso básico de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 2001.
- M. P. do Carmo: Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad Textos, 135. Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- L. A. Cordero, M. Fernández y A. Gray: Geometría diferencial de curvas y superficies (con Mathematica). Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995.
- S. Montiel y A. Ros: Curves and surfaces. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, 69 (2005). Versión en inglés de la edición en castellano publicada por Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997.
- J. Pérez: Curvas y superficies. Granada, 2014. Disponible en <https://wpd.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/raizCyS.pdf>

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- A. F. Costa, M. Gamboa y A. M. Porto: Notas de geometría diferencial de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 1977.
- J. Oprea: Differential geometry and its applications. Prentice-Hall, N. J. 1997.



- D. J. Struik: Geometría diferencial clásica. Aguilar, Madrid, 1973.

### ENLACES RECOMENDADOS

- [http://xahlee.info/SpecialPlaneCurves\\_dir/specialPlaneCurves.html](http://xahlee.info/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html)
- <https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Surfaces>

### METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD02 - Sesiones de discusión y debate
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD05 - Seminarios
- MD06 - Análisis de fuentes y documentos

### EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

#### EVALUACIÓN ORDINARIA

Para la evaluación continua se tendrán en cuenta los siguientes apartados:

1. Pruebas escritas. Se podrá realizar una prueba parcial de contenido eliminatorio al terminar los temas 1 y 2, así como un examen final en convocatoria ordinaria. En caso de superarse, la prueba parcial podrá suponer un 35% de la nota final de la asignatura. Los estudiantes que superen la prueba parcial podrán elegir entre presentarse de toda la asignatura o sólo de los temas 3 y 4 en el examen final. Para superar la asignatura en convocatoria ordinaria será necesario obtener un mínimo de 4 puntos sobre 10 en este apartado. Además, en dicha convocatoria, este apartado supondrá el 70% de la calificación total. En la convocatoria extraordinaria este apartado supondrá el 100% de la calificación total.
2. El 30% de la calificación total obtenido en la convocatoria ordinaria podrá conseguirse mediante la participación activa en las sesiones teóricas, seminarios, exposiciones orales y tutorías.

#### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. La calificación de los estudiantes en la convocatoria extraordinaria se ajustará a las reglas establecidas en la guía didáctica de la asignatura. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de un examen de las mismas características que el recogido en el caso de estudiantes de Evaluación Única Final.

#### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL



Según se contempla en la “Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada” (BOJA, 9 de noviembre de 2016), aquellos estudiantes que, en los supuestos contemplados en dicha normativa, no puedan cumplir con el método de evaluación continua, descrito en el apartado anterior, podrán solicitar, en los términos de la citada Normativa Art. 8, acogerse a una evaluación única final. En tal caso, el estudiante realizará el examen final de la convocatoria ordinaria que tendrá un peso del 100% de la calificación. También dispondrá del examen de la convocatoria extraordinaria.

### INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos \(https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad\)](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

