

Fecha de aprobación: 12/07/2024

Guía docente de la asignatura

Álgebra Moderna (27011A3)

| | | | | | | | |
|---------------|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|---|-------------|----------|
| Grado | Grado en Matemáticas | Rama | Ciencias | | | | |
| Módulo | Complementos de Álgebra | Materia | Álgebra Moderna | | | | |
| Curso | 4 ^o | Semestre | 2 ^o | Créditos | 6 | Tipo | Optativa |

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Tener conocimientos adecuados sobre: Lenguaje matemático, conjuntos y números; espacios vectoriales y cálculo matricial; anillos de polinomios.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Categorías de Módulos. Teoremas de isomorfía, presentaciones y condiciones de finitud
- Módulos indescomponibles y teoremas de descomposición.
- Teoremas de Estructura.

COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG05 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos



COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas
- CE08 - Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

1. Conocer y manejar los conceptos básicos en Teoría de Módulos: sucesiones exactas, módulos libres, presentaciones, anillos de endomorfismos, condiciones de finitud.
2. Conocer los resultados fundamentales sobre módulos de longitud finita: Jordan-Holder, módulos semisimples finitamente generados, Krull-Schmidt
3. Conocer algunas situaciones concretas en que los módulos no son necesariamente finitamente generados: módulos semisimples, módulos libres, espacios vectoriales.
4. Saber aplicar la teoría de módulos a la diagonalización generalizada de matrices y, en particular, a la clasificación de módulos finitamente generados sobre un anillo de ideales principales.
5. Saber deducir de la teoría general la estructura de los anillos semisimples (Teorema de Artin Wedderburn).
6. Saber aplicar los resultados abstractos estudiados al tratamiento de ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencias, o transformadas de Fourier discretas, incluso no conmutativas.
7. Adquirir una perspectiva histórica del cambio de paradigma que supuso el nacimiento del Álgebra Moderna a principios del siglo XX, y de la importancia de las estructuras algebraicas en el desarrollo de algoritmos, en particular en las actuales tecnologías de la Información.



PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

TEMARIO TEÓRICO:

- Breve reseña histórica sobre el Álgebra Moderna y el Álgebra Abstracta.
- Categorías de Módulos: homomorfismos, sucesiones exactas. Ejemplos y modelos.
- Módulos noetherianos, artinianos y de longitud finita. Estructura de los módulos de longitud finita sobre un DIP. Ejemplos y modelos.
- Independencia lineal, módulos libres, módulos semi-simples. Espacios vectoriales de dimensión infinita sobre un anillo de división.
- Presentaciones libres finitas y diagonalización generalizada de matrices. Estructura de módulos finitamente generados sobre un DIP. Ejemplos y modelos. Aplicaciones: estructura de grupos abelianos finitamente generados, sucesiones linealmente recursivas, ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales, cadenas de Markov.
- Anillos de bi-endomorfismos. Teorema de Densidad. Estructura de los anillos semisimples. Ejemplos y modelos. Aplicación: Descomposición ortogonal de funciones sobre grupos.

PRÁCTICO

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

1. N. Jacobson, The Theory of Rings, Mathematical Surveys and Monographs 2, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1948.
2. N. Jacobson, Basic Algebra II, 2nd Ed., W. H. Freeman and Co. New York, 1989.
3. T. Y. Lam, A first course in Noncommutative Rings, Springer, New York, 1991.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1. F. Anderson, K. R. Fuller, Rings and categories of Modules, 2nd Ed. Springer, New York, 1992.
2. J. L. Bueso, J. Gómez-Torrecillas, and A. Verschoren, Algorithms in Non Commutative Algebra, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2003.
3. J. Gómez-Torrecillas, Basic Module Theory over Non-commutative Rings with Computational Aspects of Operator Algebras, in LNCS, vol. 8372, Springer, 2014.
4. J. Gómez Torrecillas, Álgebras, Grupos y Representaciones, Universidad de Granada, <http://hdl.handle.net/10481/62890>
5. M. Hazewinkel, N. Gubareni, and V. V. Kirichenko, Algebras, Rings and Modules, vol 1, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004.
6. F. Kasch, Modules and Rings, Academic Press, London, 1982.
7. J. Lambek, Lectures on Rings and Modules, Chelsea Publisher Company, New York, 1976. 8. B. L. Van der Waerden, Moderne Algebra vol. II., 1932. Traducción al inglés y revisión en Springer Verlag, New York, 1991



METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD02 - Sesiones de discusión y debate
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

La evaluación de la asignatura se realizará mediante alguna o algunas de las siguientes actividades: pruebas escritas, tareas de resolución de problemas, prácticas con ordenador, trabajos individuales o grupales. Estas comprenderán los aspectos teóricos y prácticos de la materia correspondiente al programa. También se podrá valorar la asistencia y participación activa en clase.

El alumno puede optar entre dos sistemas de evaluación:

A. Evaluación continua y prueba final. Puntuará de la siguiente forma:

- A1. 50%: Correspondiente a la calificación de pruebas o controles que se realizarán en el periodo lectivo. Estas pruebas podrán consistir en resolución de ejercicios y/o preguntas teóricas. También se podrá valorar la asistencia regular a clase, la participación en las exposiciones orales, la resolución de ejercicios que se propongan.
- A2. 50%: Correspondiente a la calificación obtenida en una prueba final escrita sobre todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura.

B. Por un sistema de evaluación final. En este caso la calificación será la obtenida tras la realización de un examen final sobre todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura. Podrá contener preguntas teóricas y resolución de ejercicios.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

La evaluación extraordinaria será igual a la evaluación ordinaria. Aquellos alumnos que hayan realizado las pruebas de evaluación continua podrán optar al sistema A o B a su elección. Aquellos que no hayan realizado las pruebas de evaluación continua podrán seguir el sistema B.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Según la normativa vigente, la evaluación única final, entendiéndose por tal la que se realiza en un solo acto académico, podrá incluir cuantas pruebas sean necesarias para acreditar que el estudiante ha adquirido la totalidad de las competencias descritas en la Guía Docente de la asignatura. En este caso la calificación será la obtenida tras la realización de un único examen, de carácter presencial, que comprenderá todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura especificados en esta guía docente, similar al sistema B de las evaluaciones ordinarias y extraordinarias.





INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos \(https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad\)](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

