

Fecha de aprobación: 12/06/2024

Guía docente de la asignatura

## Variable Compleja I (2701134)

<b>Grado</b>	Grado en Matemáticas	<b>Rama</b>	Ciencias				
<b>Módulo</b>	Análisis Matemático	<b>Materia</b>	Variable Compleja I				
<b>Curso</b>	3º	<b>Semestre</b>	1º	<b>Créditos</b>	6	<b>Tipo</b>	Obligatoria

### PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

- Para cursar esta asignatura es muy conveniente, casi imprescindible, haber superado las asignaturas de la materia básica Matemáticas.

### BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Holomorfía y analiticidad.
- Teorema de Cauchy.
- Propiedades fundamentales de las funciones analíticas de una variable compleja.
- Residuos.

### COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA

#### COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

#### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS



- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

- Comprender las nociones de holomorfía y analiticidad para funciones de una variable compleja, así como la equivalencia entre las mismas.
- Conocer las propiedades locales de las funciones holomorfas y saber aplicarlas en problemas prácticos concretos.
- Conocer el Teorema de los residuos y su aplicación al cálculo de integrales.

### PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

#### TEÓRICO

##### TEMARIO TEÓRICO-PRÁCTICO

- **CAPÍTULO I. NÚMEROS COMPLEJOS. FUNCIONES HOLOMORFAS.**
- **Tema 1. Números complejos.** El cuerpo de los números complejos. Módulo y argumento.
- **Tema 2. Topología del plano complejo.** Sucesiones de números complejos. Continuidad de funciones complejas.
- **Tema 3. Funciones holomorfas.** Concepto de derivada. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Primeras propiedades de las funciones holomorfas.
- **Tema 4. Funciones analíticas.** Sucesiones y series de funciones complejas. Series de potencias. Radio de convergencia. Funciones analíticas.
- **Tema 5. Funciones elementales.** Función exponencial. Logaritmos y potencias



- complejos. Logaritmos holomorfos. Otras funciones elementales.
- **CAPÍTULO II: TEORÍA LOCAL DE CAUCHY.**
  - **Tema 6. Integral curvilínea.** Integración de funciones complejas. Diferencias con la integral de línea de campos escalares y vectoriales en el plano. Propiedades de la integral curvilínea. Caracterización de la existencia de primitiva.
  - **Tema 7. Teorema local de Cauchy.** Teorema de Cauchy para el triángulo. Teorema de Cauchy para dominios estrellados. Fórmula de Cauchy para una circunferencia.
  - **Tema 8: Equivalencia entre analiticidad y holomorfia.** Desarrollo en serie de Taylor. Fórmula de Cauchy para las derivadas. Teorema de extensión de Riemann.
  - **CAPÍTULO III: APLICACIONES DE LA TEORÍA LOCAL.**
  - **Tema 9. Ceros de las funciones holomorfas.** Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville para funciones holomorfas y armónicas. Teorema Fundamental del Álgebra. Principio de identidad.
  - **Tema 10. Teorema de Morera y sus consecuencias.** Teorema de Morera. Teorema de convergencia de Weierstrass. Integrales dependientes de un parámetro.
  - **Tema 11. Comportamiento local de una función holomorfa.** Principio del módulo máximo para funciones holomorfas. Principio del máximo para funciones armónicas. Teoremas de la aplicación abierta y de la función inversa.
  - **CAPÍTULO IV: FORMA GENERAL DEL TEOREMA DE CAUCHY.**
  - **Tema 12. El teorema general de Cauchy.** Índice de un punto con respecto a un camino cerrado. Forma general del Teorema de Cauchy y de la Fórmula Integral de Cauchy. Caracterizaciones de los abiertos simplemente conexos.
  - **Tema 13. Singularidades.** Funciones holomorfas en un anillo: desarrollo en serie de Laurent. Clasificación de las singularidades. Teorema de Casorati-Weierstrass.
  - **Tema 14. Residuos.** Teorema de los residuos. Aplicaciones del cálculo con residuos.

## PRÁCTICO

- Véase el apartado anterior: TEMARIO TEÓRICO-PRÁCTICO

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

#### BÁSICA:

1. HOWIE, J.M. Complex analysis. Springer-Verlag, London. 2003. Disponible en la biblioteca electrónica de la UGR.
2. PAYÁ ALBERT, R. Apuntes de Variable Compleja. Curso 2015-16. <http://www.ugr.es/~rpaya>
3. PÉREZ GONZÁLEZ, F. J. Curso de Análisis Complejo. 2004. [http://www.ugr.es/~fjperez/textos/funciones\\_variable\\_compleja.pdf](http://www.ugr.es/~fjperez/textos/funciones_variable_compleja.pdf)

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- ASH, R.: Complex variables. Academic Press, 1971.
- BURCKELL, R.: An introduction to classical complex analysis. Birkhauser-Verlag, 1979
- CONWAY, J.B.: Functions of one complex variable. Springer-Verlag, 1973.
- GREENE, R. E. KRANTZ, S.G.: Function Theory of One Complex Variable. AMS, 2002
- MARKUSHEVICH, A.: Teoría de las funciones analíticas. Vol. I y II. Mir, 1970.
- MARSDEN, J.E. Y HOFFMAN, M.J.: Basic Complex Analysis. W.H. Freeman, 1999.



- MAZÓN, J.M. Funciones de Variable Compleja. Teoría y Problemas, <https://www.amazon.es/Funciones-Variable-Compleja-Teor%C3%ADa-Problemas/dp/B095GDFBKB> 2021, ISBN 979-8506409052
- PALKA, B.P.: An introduction to complex function theory. Springer-Verlag, 1991.
- RUDIN, W.: Análisis Real y Complejo. Alhambra, 1979.

**PROBLEMAS:**

- KRZYŻ, J.G.: Problems in Complex Variable Theory. Elsevier, 1971.
- LÓPEZ GÓMEZ, J.: Ecuaciones diferenciales y variable compleja. Problemas y ejercicios resueltos. Prentice Hall, 2001.
- VOLSKOVYSKI, L., LUNTS, G., ARAMANOVICH, I.: Problemas sobre la teoría de funciones de variable compleja. Mir, 1972.

**ENLACES RECOMENDADOS**

- JEREMY ORLOFF. Complex Variables with Applications, <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-04-complex-variables-with-applications-spring-2018/>
- Jiří Lebl, Cultivating Complex Analysis, <https://www.youtube.com/playlist?list=PLRfQb6m35rf5vZaOlSXVmtOhgJepfEqCw>
- MacTutor History of Mathematics Archive, <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk>
- Wolfram MathWorld, <https://mathworld.wolfram.com/topics/ComplexAnalysis.html>

**METODOLOGÍA DOCENTE**

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD06 - Análisis de fuentes y documentos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales

**EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)****EVALUACIÓN ORDINARIA**

Con carácter general, la asistencia a clase es voluntaria, sin que ello sea óbice para el sistema de evaluación descrito a continuación.

Los estudiantes podrán acogerse, con carácter voluntario, a un sistema de **evaluación diversificada** basado en los siguientes criterios:

- Asistencia y participación activa en las sesiones de clases teóricas y prácticas.
- Participación en las sesiones de tutoría individual o colectiva.
- Una o varias pruebas escritas de carácter teórico y práctico.

El resultado de este proceso de evaluación diversificada representará el 40% de la calificación final.

Para la valoración global de los conocimientos asimilados y de las competencias adquiridas por los estudiantes, se realizará una **prueba final** por escrito, de carácter obligatorio salvo casos especiales, que constará de una parte práctica y otra de tipo teórico. Para aquellos alumnos que se



hayan acogido al sistema de evaluación continua, la puntuación de esta prueba representará el 60% de la calificación final.  
La calificación final se expresará numéricamente como resultado, en su caso, de la ponderación indicada.

### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

**Evaluación extraordinaria:** los estudiantes realizarán solamente la prueba final escrita y la puntuación obtenida en ella representará el 100 % de la calificación final. Esta evaluación debe permitir al estudiante obtener el 100% de la nota.

DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA, ESTABLECIDA EN LA “NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA”:

Examen escrito con diversas cuestiones teórico prácticas que garanticen que el alumno ha adquirido la totalidad de las competencias descritas en esta guía docente.

Todo lo relativo a la evaluación se registrará por la Normativa de evaluación y calificación de los estudiantes vigente en la Universidad de Granada, que puede consultarse en:

<http://www.ugr.es/~minpet/pages/enpdf/normativaevaluacionycalificacion.pdf>

### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

**Evaluación única final.** Aquellos estudiantes que **siguiendo la Normativa de la UGR en los términos y plazos que en ella se exigen**, se acojan a esta modalidad de evaluación, realizarán solamente la prueba final escrita y la puntuación obtenida en ella representará el 100 % de la calificación final. La evaluación única final y la extraordinaria deben permitir al estudiante obtener el 100% de la nota.

DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN ÚNICA FINAL, ESTABLECIDA EN LA “NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA”

Examen escrito con diversas cuestiones teórico prácticas que garanticen que el alumno ha adquirido la totalidad de las competencias descritas en esta guía docente.

Todo lo relativo a la evaluación se registrará por la Normativa de evaluación y calificación de los estudiantes vigente en la Universidad de Granada, que puede consultarse en:

<http://www.ugr.es/~minpet/pages/enpdf/normativaevaluacionycalificacion.pdf>

### INFORMACIÓN ADICIONAL

Información de interés para estudiantado con discapacidad y/o Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE): [Gestión de servicios y apoyos \(https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad\)](https://ve.ugr.es/servicios/atencion-social/estudiantes-con-discapacidad).

