

Fecha de aprobación: 06/06/2023

Guía docente de la asignatura

## Análisis Funcional (297114D)

<b>Grado</b>	Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas	<b>Rama</b>	Ingeniería y Arquitectura
--------------	---	-------------	---------------------------

<b>Módulo</b>	Formación Obligatoria Matemáticas	<b>Materia</b>	Análisis Funcional
---------------	-----------------------------------	----------------	--------------------

<b>Curso</b>	4 <sup>o</sup>	<b>Semestre</b>	1 <sup>o</sup>	<b>Créditos</b>	6	<b>Tipo</b>	Obligatoria
--------------	----------------	-----------------	----------------	-----------------	---	-------------	-------------

### PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Tener cursadas las asignaturas básicas y obligatorias de los dos primeros cursos del Grado de Matemáticas

### BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Espacios normados
- Espacios de Hilbert
- Operadores compactos en espacios de Hilbert
- Dualidad en espacios normados
- Topologías débiles

### COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA

#### COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos



### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

#### Objetivos generales:

- Capacidad de abstracción para el estudio de problemas típicos del Análisis Matemático desde un punto de vista funcional, comprendiendo las ventajas de los métodos funcionales para la resolución de diversos problemas.
- Familiaridad con algunos espacios de funciones de uso constante en Análisis Matemático y en sus Aplicaciones: espacios de funciones continuas, diferenciables, analíticas o armónicas, integrables, etc.
- Preparación para estudios posteriores tanto en Análisis Matemático como en otras ramas de la Matemática.

#### Objetivos concretos:

- Usar los conceptos de sucesión convergente y de sucesión de Cauchy en espacios normados y comprender la noción de completitud.
- Usar las desigualdades de Hölder y de Minkowski en casos concretos.
- Probar la continuidad y calcular la norma de algunos operadores lineales entre espacios normados.
- Describir el espacio dual de algunos espacios normados.
- Manejo de la proyección ortogonal sobre un subespacio cerrado de un espacio de Hilbert, desarrollo de Fourier respecto del sistema trigonométrico e igualdad de Bessel.
- Estudiar algunos ejemplos de operadores compactos relacionados con ecuaciones diferenciales e integrales.



- Calcular el operador adjunto de algunos operadores en espacios de Hilbert.
- Aplicar el Teorema de Hahn-Banach.
- Comprobar la reflexividad de algunos espacios de Banach.
- Utilizar el Principio de Acotación Uniforme.
- Formular las topologías débil y débil-\* en algunos espacios.

## PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

### TEÓRICO

#### Tema 1. Espacios normados.

Conceptos básicos y ejemplos.

Completitud. Teorema del punto fijo de Banach.

Operadores y funcionales lineales continuos.

Subespacios complementados. Cociente de espacios normados.

Dual de un espacio normado. Ejemplos.

Espacios normados de dimensión finita.

#### Tema 2. Espacios de Hilbert.

Productos escalares. Espacios prehilbertianos.

Proyección sobre un convexo cerrado. Teorema de la proyección ortogonal. Teorema de Riesz-Fréchet. Dual de un espacio de Hilbert.

Bases ortonormales.

Operadores en espacios de Hilbert. Operadores compactos.

#### Tema 3. El teorema de Hahn-Banach.

El Teorema de Hahn-Banach: forma analítica y geométrica.

Separación de conjuntos convexos.

Dualidad en espacios normados.

Bidual de un espacio normado. Espacios reflexivos.

La topología débil de un espacio normado y la topología débil-\* de su dual.

#### Tema 4: El principio de acotación uniforme y el teorema de la gráfica cerrada.

Lema de categoría de Baire.

El Teorema de Banach-Steinhaus. Aplicaciones.

Teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada. Aplicaciones.

### PRÁCTICO

Las prácticas de esta asignatura consisten en la resolución de ejercicios y problemas relacionados con los contenidos teóricos.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

BREZIS, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer, 2011.

MacCLUER, B.D.: Elementary Functional Analysis. Springer, 2009.

KADETS, V.; A Course in Functional Analysis and Measure Theory, Springer, 2018.

Apuntes del Prof. Rafael Payá: <https://www.ugr.es/~rpaya/cursosanteriores.htm>

Apuntes del Prof. Javier Pérez: <https://www.ugr.es/~fjperez/apuntes.html>



RINNE, P.R.; YOUNGSON, M.A.: Linear Functional Analysis. 2nd ed. Springer, 2008.  
WILLEM, M.: Functional Analysis. Fundamentals and Applications. Birkhäuser, 2010.

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

BERBERIAN, S.K.: Lectures in Functional Analysis and Operator Theory. Springer-Verlag, New York, 1974.

CONWAY, J.K.: A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag. New York, 1990.

DIEUDONNÉ, J.: History of Functional Analysis. North-Holland, Amsterdam, 1981.

RUDIN, W.: Functional Analysis. McGraw-Hill, New York, 1973.

### ENLACES RECOMENDADOS

<http://mathworld.wolfram.com/topics/FunctionalAnalysis.html>

<https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/>

[https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional\\_analysis](https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional_analysis)

### METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD06 - Análisis de fuentes y documentos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales

### EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

#### EVALUACIÓN ORDINARIA

Se seguirá un método de evaluación continua que consistirá en la realización de dos pruebas parciales y un examen final. La asistencia a clase es voluntaria. Las pruebas parciales, a realizar en fecha que se fijará con suficiente antelación, serán de carácter teórico y práctico y se realizarán de manera presencial. Cada una de estas dos pruebas aportará un 25% de la calificación final. Para la valoración global de los conocimientos asimilados y de las competencias adquiridas por los estudiantes, se realizará un examen final en la fecha establecida oficialmente para ello. Este examen será de carácter teórico y práctico, y comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación de este examen representará el 50% de la calificación final. La calificación final se expresará numéricamente como resultado de la ponderación indicada.

#### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Se realizará un único examen de carácter teórico y práctico, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación obtenida en este examen representará el 100% de la calificación.





### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Los estudiantes que, siguiendo la normativa de la UGR en los términos y plazos que en ella se exigen, se acojan para su evaluación a la modalidad de Evaluación Única Final, realizarán un único examen que constará de teoría y problemas, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La calificación obtenida en dicho examen representará el 100% de la calificación final.

