

Fecha de aprobación: 28/06/2023

Guía docente de la asignatura

Álgebras, Grupos y Representaciones (27011A2)

Grado	Grado en Matemáticas	Rama	Ciencias				
Módulo	Complementos de Álgebra	Materia	Álgebras, Grupos y Representaciones				
Curso	4 ^o	Semestre	2 ^o	Créditos	6	Tipo	Optativa

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

- Conocimientos básicos sobre Álgebra Lineal.
- Conocimientos básicos en Teoría de Grupos.

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Álgebras de dimensión finita.
- Estructura de las álgebras semisimples
- Clasificación de las álgebras de división reales
- Representaciones lineales de grupos finitos
- Teoría de Caracteres

COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG05 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para



- emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas
- CE08 - Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

- Seguir un razonamiento lógico y analizar el rigor de demostraciones matemáticas.
- Comprender y manejar los fundamentos históricos del lenguaje matemático.
- Conocer los teoremas clásicos sobre álgebras asociativas de dimensión finita.
- Abstraer de esas situaciones elementales las estructuras algebraicas fundamentales
- Conocer los aspectos básicos de las representaciones lineales de los grupos finitos y sus aplicaciones.
- Ser capaz de calcular e interpretar tablas de caracteres de grupos sencillos.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

TEMARIO TEÓRICO:



Tema 1. Módulos y Álgebras.

1. Homomorfismos de anillos y módulos.
2. Álgebras asociativas unitales.
3. Representación regular. Unidades.
4. Módulos: construcciones básicas.
5. Módulos simples. Teorema de Jordan-Hölder.
6. Independencia lineal y sumas directas internas.
7. Los mismos resultados, sin condiciones de finitud.
8. Clasificación de las álgebras de división reales de dimensión finita.
9. Idempotentes y anillos de matrices.
10. El álgebra de endomorfismos de un módulo semisimple.
11. Álgebras semisimples de dimensión finita.

Tema 2.- Representaciones de grupos finitos.

1. Representaciones lineales de grupos finitos y módulos.
2. Teorema de Maschke.
3. Caracteres.
4. La tabla de caracteres.
5. Funciones de Clase.
6. Reciprocidad.
7. Enteros algebraicos y caracteres.
8. El Teorema $p^a q^b$ de Burnside.

PRÁCTICO

Seminarios/Talleres y Prácticas de Laboratorio

1. Álgebra lineal sobre un anillo.
2. Álgebras semisimples.
3. Representaciones de un álgebra y un grupo.
4. Representaciones irreducibles.
5. Teoría de caracteres. Cálculo.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

- J. Gómez Torrecillas. Álgebras, Grupos y Representaciones. 2020. <http://hdl.handle.net/10481/62890>
- I. M. Isaacs. Character theory of finite groups. Dover. 1994.
- N. Jacobson. Basic Algebra II. W. H. Freeman and Company, 1980.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- S. Lang. Algebra (3rd edition). Addison-Wesley. 1997.
- B. Steinberg. Representation theory of finite groups. Springer, 2012.
- K. Conrad. The origin of representation theory. Notas, 2000.
- Y. A. Drozd; V. V. Kirichenko. Finite Dimensional Algebras. Springer-Verlag. 1994



- W. Fulton; J. Harris. Representation Theory. A First Course. Graduate Texts in Mathematics, 129. Springer-Verlag. 1991.
- T. Y. Lam. A First Course in Noncommutative Rings. Graduate Texts in Mathematics 131. Springer-Verlag. 1991.
- S. Passman. A Course in Ring Theory. Wadsworth & Brooks/Cole Mathematics Series. Brooks/Cole Publishing Company. 1991.
- J. P. Serre. Linear representations of finite groups. Springer, 1977.

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD02 - Sesiones de discusión y debate
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

La evaluación de la asignatura se realizará mediante pruebas escritas y/o tareas de resolución de problemas que comprenderán los aspectos teóricos y prácticos de la materia correspondiente al programa. También se podrá valorar la asistencia y participación activa en clase.

El alumno puede optar entre dos sistemas de evaluación:

A. Evaluación continua y prueba final. Puntuará de la siguiente forma:

A1. 50%: Correspondiente fundamentalmente a la calificación de dos pruebas o controles que se realizarán en el periodo lectivo. Estas pruebas podrán consistir en resolución de ejercicios y preguntas teóricas. También se valorará la asistencia regular a clase, la participación en las exposiciones orales o resolución de ejercicios que se propongan.

A2. 50%: Correspondiente a la calificación obtenida en una prueba final escrita sobre todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura. Consistirá mayormente en resolución de ejercicios.

B. Por un sistema de evaluación final. En este caso la calificación será la obtenida tras la realización de un examen final presencial sobre todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura. Podrá contener preguntas teóricas y resolución de ejercicios.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

La evaluación extraordinaria será igual a la evaluación ordinaria. Aquellos alumnos que hayan realizado las pruebas de evaluación continua podrán optar al sistema A o B a su elección. Aquellos que no hayan realizado las pruebas de evaluación continua podrán seguir el sistema B.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Examen final sobre todos los contenidos teóricos y prácticos de la asignatura. Similar al sistema B de las evaluaciones ordinarias y extraordinarias.

