Fecha de aprobación: 24/05/2022

Guía docente de la asignatura

Análisis Funcional (270113B)

Grado	Grado en Matemáticas	Rama	Ciencias
Módulo	Análisis Matemático	Materia	Análisis Funcional

Curso	3º	Semestre	1º	Créditos	6	Tipo	Obligatoria

PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES

Tener cursadas las asignaturas básicas y obligatorias de los dos primeros cursos del Grado de Matemáticas

BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)

- Espacios normados
- Espacios de Hilbert
- Operadores compactos en espacios de Hilbert
- Dualidad en espacios normados
- Topologías débiles

COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA

COMPETENCIAS GENERALES

- CG01 - Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 - Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 - Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética
- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas

COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

- Usar los conceptos de sucesión convergente y de sucesión de Cauchy en espacios normados de sucesiones y de funciones.
- Usar las desigualdades de Hölder y de Minkowski en casos concretos.
- Probar la continuidad y calcular la norma de algunos operadores lineales sencillos entre espacios normados.
- Describir el espacio dual de algunos espacios normados sencillos.
- Usar el método de Gram-Schmidt para obtener un sistema ortonormal a partir de un conjunto de vectores linealmente independientes
- Calcular, en casos concretos, la proyección ortogonal sobre un subespacio cerrado de un espacio de Hilbert.
- Calcular el desarrollo de Fourier respecto del sistema trigonométrico de algunas funciones sencillas y usar la igualdad de Bessel para sumar algunas series de números reales.
- Estudiar algunos ejemplos sencillos de operadores compactos relacionados con ecuaciones diferenciales e integrales.
- Calcular el operador adjunto de algunos operadores sencillos en espacios de Hilbert.
- Calcular en casos sencillos una extensión Hahn-Banach de un funcional lineal.
- Comprobar la reflexividad de algunos espacios de Banach sencillos.
- Utilizar el Principio de Acotación Uniforme para probar algunos resultados para series numéricas.

- Formular las topologías débil y débil-* en algunos espacios de sucesiones.

PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS

TEÓRICO

Tema 1. Espacios normados.

Conceptos básicos y ejemplos.

Completitud. Teorema del punto fijo de Banach. Operadores y funcionales lineales continuos.

Subespacios complementados. Cociente de espacios normados.

Dual de un espacio normado. Ejemplos. Espacios normados de dimensión finita.

Tema 2. Espacios de Hilbert.

Productos escalares. Espacios prehilbertianos.

Proyección sobre un convexo cerrado. Teorema de la proyección ortogonal. Teorema de Riesz-Fréchet. Dual de un espacio de Hilbert.

Bases ortonormales.

Operadores en espacios de Hilbert. Operadores compactos.

Tema 3. El teorema de Hahn-Banach.

El Teorema de Hahn-Banach: forma analítica y geométrica. Separación de conjuntos convexos.

Dualidad en espacios normados.

Bidual de un espacio normado. Espacios reflexivos.

La topología débil de un espacio normado y la topología débil-*de su dual.

Tema 4: El principio de acotación uniforme y el teorema de la gráfica cerrada.

Lema de categoría de Baire.

El Teorema de Banach-Steinhaus. Aplicaciones.

Teoremas de la aplicación abierta y de la gráfica cerrada.

PRÁCTICO

Las prácticas de esta asignatura consisten en la resolución de ejercicios y problemas relacionados con los contenidos teóricos.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL

BREZIS, H.: Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations. Springer, 2011.

MacCLUER, B.D.: Elementary Functional Analysis. Springer, 2009.

Apuntes del Prof. Rafael Payá: https://www.ugr.es/~rpaya/cursosanteriores.htm

Apuntes del Prof. Javier Pérez: https://www.ugr.es/~fjperez/apuntes.html

RINNE, P.R.; YOUNGSON,M.A.: Linear Functional Analysis. 2nd ed. Springer, 2008.

WILLEM, M.: Functional Analysis. Fundamentals and Applications. Birkhäuser, 2010.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

BERBERIAN, S.K.: Lectures in Functional Analysis and Operator Theory. Springer-Verlag, New York, 1974.

CONWAY, J.K.: A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag. New York, 1990.

DIEUDONNÉ,J.: History of Functional Analysis. North-Holland,Amsterdam,1981.

RUDIN, W.: Functional Analysis. McGraw-Hill, New York, 1973.

ENLACES RECOMENDADOS

http://mathworld.wolfram.com/topics/FunctionalAnalysis.html

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html

https://encyclopediaofmath.org/wiki/Functional_analysis

METODOLOGÍA DOCENTE

- MD01 - Lección magistral/expositiva
- MD03 - Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD06 - Análisis de fuentes y documentos
- MD07 - Realización de trabajos en grupo
- MD08 - Realización de trabajos individuales

EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

EVALUACIÓN ORDINARIA

Se seguirá un método de evaluación continua que consistirá en la realización de dos pruebas parciales y un examen final. La asistencia a clase es voluntaria. Las pruebas parciales, a realizar en fecha que se fijará con suficiente antelación, serán escritas y consistirán en la resolución de ejercicios y problemas así como cuestiones teóricas sobre la parte del programa explicado hasta la fecha de realización de la prueba. Se realizarán de manera presencial. Cada una de estas dos pruebas aportará un 25% de la calificación final. Para la valoración global de los conocimientos asimilados y de las competencias adquiridas por los estudiantes, se realizará un examen final en la fecha establecida oficialmente para ello. Este examen será escrito, de carácter teórico y práctico, y comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación de este examen representará el 50% de la calificación final. La calificación final se expresará numéricamente como resultado de la ponderación indicada.

EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Se realizará un único examen escrito, de carácter teórico y práctico, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La puntuación obtenida en este examen representará el 100% de la calificación.

EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Los estudiantes que, siguiendo la normativa de la UGR en los términos y plazos que en ella se exigen, se acojan para su evaluación a la modalidad de Evaluación Única Final, realizarán un único examen escrito que constará de teoría y problemas, que comprenderá todos los contenidos de la asignatura impartidos. Se realizará de manera presencial. La calificación obtenida en dicho examen representará el 100% de la calificación final.