

Guía docente de la asignatura

**Geometría Global de Curvas y Superficies**

Fecha última actualización: 16/06/2021

Fecha de aprobación: 16/06/2021

<b>Grado</b>	Grado en Matemáticas	<b>Rama</b>	Ciencias				
<b>Módulo</b>	Complementos de Geometría y Topología	<b>Materia</b>	Geometría Global de Curvas y Superficies				
<b>Curso</b>	4 <sup>o</sup>	<b>Semestre</b>	1 <sup>o</sup>	<b>Créditos</b>	6	<b>Tipo</b>	Optativa

**PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES**

1. Tener cursada la asignatura obligatoria “Curvas y Superficies”.
2. Tener conocimientos adecuados sobre:
  - Integración de Lebesgue.
  - Topología General y fundamentos de Topología Algebraica.

**BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (Según memoria de verificación del Grado)**

- Teoría global de curvas planas: Teorema de la curva de Jordan, Desigualdad isoperimétrica, óvalos.
- Teoremas globales sobre curvas alabeadas.
- Integración en superficies.
- Ovaloides.
- Teorema de Gauss–Bonnet–Poincaré.

**COMPETENCIAS ASOCIADAS A MATERIA/ASIGNATURA****COMPETENCIAS GENERALES**

- CG01 – Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en esta propuesta de título de Grado en Matemáticas
- CG02 – Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente
- CG03 – Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de



índole social, científica o ética

- CG04 - Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado
- CG05 - Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía
- CG06 - Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

- CE01 - Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos
- CE02 - Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas
- CE03 - Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos
- CE04 - Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos
- CE05 - Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos
- CE06 - Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan
- CE07 - Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas
- CE08 - Desarrollar programas que resuelvan problemas matemáticos utilizando para cada caso el entorno computacional adecuado

### COMPETENCIAS TRANSVERSALES

- CT01 - Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas
- CT02 - Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz

### RESULTADOS DE APRENDIZAJE (Objetivos)

- Conocimiento de la integración en superficies (incluyendo los Teoremas del Área y de la Divergencia).
- Conocimiento de las superficies compactas con curvatura media constante (Teorema de Alexandrov).
- Conocimiento y resolución del problema isoperimétrico tanto en el plano como en el espacio.
- Conocimiento de algunos teoremas clásicos de la Teoría de Curvas.
- Si el desarrollo del curso lo permitiera, estudio del Teorema de Gauss-Bonnet.



**PROGRAMA DE CONTENIDOS TEÓRICOS Y PRÁCTICOS****TEÓRICO**

- **Tema 1.** Teoría global de curvas planas. Teorema de la Curva de Jordan. Índice de rotación de curvas planas: Teorema de Whitney–Grauentein y Teorema de las Tangentes. Desigualdad isoperimétrica en el plano.
- **Tema 2.** Teoría global de superficies. Teorema de separación de Jordan–Brower. Teorema de Brower–Samelson. Existencia de entornos tubulares. Integración en superficies. Fórmula del Área. El Teorema de la Divergencia.
- **Tema 3.** Fórmulas de Minkowski. Teoremas de Hilbert–Liebmann y de Jellett. La desigualdad de Heintze–Karcher. Teoremas de Alexandrov. Desigualdad de Brunn–Minkowski. Desigualdad isoperimétrica en el espacio.
- **Tema 4.** El Teorema de Gauss–Bonnet. Grado de aplicaciones entre superficies compactas. Índice de un campo en un cero aislado. La fórmula de Gauss–Bonnet.
- **Tema 5.** Teoría global de curvas alabeadas. Teorema de Fenchel. Fórmula de Crofton. Teorema de Fary–Milnor.

**PRÁCTICO****BIBLIOGRAFÍA****BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL**

1. M. P. Do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice–Hall, 1976.
2. S. Montiel y A. Ros, Curves and Surfaces, AMS Graduate Studies in Mathematics, 69, 2005.
3. M. Spivak, A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, vols. 3 y 5, Publish or Perish, 1979.
4. M. Abate y F. Tobena, Curves and Surfaces, Unitext Springer, 2012.

**BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

1. L. A. Cordero, M. Fernández y A. Gray, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Addison–Wesley Iberoamericana, 1995.
2. R. S. Millman y G. D. Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice–Hall, 1977.

**ENLACES RECOMENDADOS**

- <http://geometry.ugr.es/docencia.php>
- [http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves\\_dir/specialPlaneCurves.html](http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html)
- <https://commons.wikimedia.org/wiki/Surfaces>

**METODOLOGÍA DOCENTE**

- MD01 Lección magistral/expositiva
- MD02 Sesiones de discusión y debate
- MD03 Resolución de problemas y estudio de casos prácticos
- MD06 Análisis de fuentes y documentos
- MD07 Realización de trabajos en grupo
- MD08 Realización de trabajos individuales

## EVALUACIÓN (instrumentos de evaluación, criterios de evaluación y porcentaje sobre la calificación final)

### EVALUACIÓN ORDINARIA

Para la evaluación continua se tendrán en cuenta los siguientes apartados:

1. Pruebas escritas. Se podrán realizar pruebas parciales así como un examen final en la fecha fijada por el calendario académico oficial. Para superar la asignatura en convocatoria ordinaria será necesario obtener un mínimo de 4 puntos sobre 10 en este apartado. Además, en esta convocatoria, este apartado supondrá el 70% de la calificación total. En la convocatoria extraordinaria este apartado supondrá el 100% de la calificación total.
2. El 30% de la calificación total obtenido en la convocatoria ordinaria podrá conseguirse mediante la participación activa en las sesiones teóricas, seminarios, exposiciones orales y tutorías.

### EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. La calificación de los estudiantes en la convocatoria extraordinaria se ajustará a las reglas establecidas en la guía didáctica de la asignatura. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de un examen de las mismas características que el recogido en el caso de estudiantes de Evaluación Única Final.

### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Según se contempla en la “Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada” (BOJA, 9 de noviembre de 2016), aquellos estudiantes que, en los supuestos contemplados en dicha normativa, no puedan cumplir con el método de evaluación continua, descrito en el apartado anterior, podrán solicitar, en los términos de la citada Normativa Art. 8, acogerse a una evaluación única final. En tal caso, el alumno realizará el examen final de la convocatoria ordinaria que tendrá un peso del 100% de la calificación. También dispondrá del examen de la convocatoria extraordinaria.

