

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Álgebra Lineal, Geometría y Topología	Curvas y superficies	4º	2º	6	Obligatoria
PROFESOR			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
Alfonso Romero Sarabia			Despacho nº 19 Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias Avd. Fuentenueva s/n Teléfono: 958243366 Email: aromero@ugr.es		
			HORARIO DE TUTORÍAS:  Lunes y Miércoles de 17:00 a 20:00		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Doble grado en Ingeniería Informática y Matemáticas			Grado en Matemáticas		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES					
Tener cursadas Geometría I, Geometría II, Geometría III y Topología I. Tener conocimientos adecuados sobre: 1. Cálculo Diferencial en varias variables 2. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias					
BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)					
1. Curvas en el plano y en el espacio euclídeos. 2. Referencias de Frenet y curvaturas. 3. Superficies en el espacio euclídeo. 4. Curvatura de Gauss y curvatura media de una superficie en un punto. 5. Geodésicas de una superficie.					
COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS					
BÁSICAS Y GENERALES: CG01. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en el Grado en Matemáticas. CG02. Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer					



las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente.

CG03. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

CG04. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.

CG05. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

CG06. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

CB5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

#### TRANSVERSALES:

CT01. Desarrollar cierta habilidad inicial de “emprendimiento” que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas.

CT02. Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y a la cultura de la paz.

#### ESPECÍFICAS:

CE01. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

CE02. Conocer demostraciones rigurosas de teoremas clásicos en distintas áreas de Matemáticas.

CE03. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

CE04. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

CE05. Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

CE06. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.

CE07. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras, para experimentar en matemáticas y resolver problemas.

#### OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

1. Utilizar el análisis matemático para la modelización de problemas geométricos.
2. Comprender las nociones fundamentales de curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo.
3. Automatización de los procedimientos de cálculo, algebraico y analítico, mediante su aplicación a situaciones geométricas.

#### TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

#### TEMARIO TEÓRICO:



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
grados.ugr.es

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 24/05/2019 09:55:07      Página: 2 / 5



y7MojZpFh9kSkRBdrc4D1n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

### Tema 1. Curvas en el plano y en el espacio euclídeos

- 1.1. Curvas parametrizadas. Curvas regulares. Longitud de arco.
- 1.2. Teoría local de curvas regulares planas: curvatura y diedro de Frenet.
- 1.3. Teoría local de curvas regulares en el espacio: curvatura, torsión y triedro de Frenet.
- 1.4. Teorema fundamental de curvas en el espacio.

### Tema 2. Superficies en el espacio euclídeo

- 2.1. Definición de superficie y ejemplos.
- 2.2. El cambio de parámetros. Funciones diferenciables sobre superficies.
- 2.3. El plano tangente y la primera forma fundamental.
- 2.4. La diferencial de una aplicación diferenciable. Difeomorfismos.

### Tema 3. Curvaturas de una superficie

- 3.1. Superficies orientables.
- 3.2. Aplicación de Gauss. Endomorfismo de Weingarten. Curvaturas de Gauss y media.
- 3.3. Expresiones locales y diferenciabilidad de las curvaturas.
- 3.4. Curvaturas y geometría local. Secciones normales y fórmula de Euler.
- 3.5. Curvaturas y geometría global. Teoremas de Hilbert, Hilbert-Liebmann y Jellet-Liebmann.

### Tema 4. Geometría intrínseca de superficies

- 4.1. Geodésicas.
- 4.2. Isometrías locales. Teorema Egregium de Gauss y Teorema de rigidez de la esfera.

### TEMARIO PRÁCTICO:

Por cada tema del programa de teoría se entregará a los alumnos al menos una relación de ejercicios, problemas y actividades complementarias.

Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas y las tutorías, así como en los posibles seminarios, y exposiciones orales.

### BIBLIOGRAFÍA

#### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

- A. M. Amores Lázaro: Curso básico de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 2001.
- M. P. do Carmo: Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad Textos, 135. Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- L. A. Cordero, M. Fernández y A. Gray: Geometría diferencial de curvas y superficies (con Mathematica). Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995.
- S. Montiel y A. Ros: Curves and surfaces. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, 69 (2005). Versión en inglés de la edición en castellano publicada por Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997.
- J. Pérez: Curvas y superficies. Granada, 2014. Disponible en <http://wdb.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/raiz2.pdf>

#### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

- A. F. Costa, M. Gamboa y A. M. Porto: Notas de geometría diferencial de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 1977.
- J. Oprea: Differential geometry and its applications. Prentice-Hall, N. J. 1997.
- D. J. Struik: Geometría diferencial clásica. Aguilar, Madrid, 1973.

### ENLACES RECOMENDADOS

- ← [Web de docencia del Dpto. de Geometría y Topología](#)
- ← [http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves\\_dir/specialPlaneCurves.html](http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html)
- ← <http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Surfaces>



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 24/05/2019 09:55:07      Página: 3 / 5



y7MojZpFh9kSkRBdrc4D1n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

## METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente a seguir en la materia constará de:

- Un 30% de docencia presencial en el aula. Sesiones con todo el grupo dedicadas tanto a la explicación de contenidos del programa como a la realización de ejercicios relativos a dichos contenidos.
- Un 10% para resolución guiada de problemas con todo el grupo, tutorías colectivas, seminarios, exposiciones y pruebas de evaluación.
- Un 60% de trabajo del alumno, búsqueda, consulta y tratamiento de información, así como resolución de problemas y casos prácticos, y realización de trabajos.
- Las actividades formativas se desarrollarán desde una metodología participativa y aplicada que se centrará en el trabajo del estudiante (presencial y no presencial / individual y grupal).

## EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

Para la EVALUACIÓN CONTINUA se tendrán en cuenta los siguientes apartados:

1. Pruebas escritas. Además del examen final en convocatoria ordinaria, se podrá realizar una prueba parcial de contenido eliminatorio al terminar los temas 1 y 2. En caso de superarse, la prueba parcial podrá suponer un 35% de la nota final de la asignatura. Los estudiantes que superen la prueba parcial podrán elegir entre presentarse de toda la asignatura o sólo de los temas 3 y 4 en el examen final. Para superar la asignatura en convocatoria ordinaria será necesario obtener un mínimo de 4 puntos sobre 10 en este apartado. Además, en dicha convocatoria, este apartado supondrá el 70% de la calificación total. En la convocatoria extraordinaria este apartado supondrá el 100% de la calificación total.
2. El 30% de la calificación total obtenido en la convocatoria ordinaria podrá conseguirse mediante la participación activa en las sesiones teóricas, seminarios, exposiciones orales y tutorías.

## DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS QUE FORMARÁN PARTE DE LA EVALUACIÓN ÚNICA FINAL ESTABLECIDA EN LA “NORMATIVA DE EVALUACIÓN Y DE CALIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES DE LA UNIVERSIDAD DE GRANADA”

### EVALUACIÓN ÚNICA FINAL

Según se contempla en la “Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada” (BOJA, 9 de noviembre de 2016), aquellos estudiantes que, en los supuestos contemplados en dicha normativa, no puedan cumplir con el método de evaluación continua, descrito en el apartado anterior, podrán solicitar, en los términos de la citada Normativa Art. 8, acogerse a una evaluación única final. En tal caso, el alumno realizará el examen final de la convocatoria ordinaria que tendrá un peso del 100% de la calificación. También dispondrá del examen de la convocatoria extraordinaria.

### EVALUACIÓN POR INCIDENCIAS

En la evaluación por incidencias se tendrá en cuenta la normativa de evaluación aprobada el 6 de noviembre de 2016 por Consejo de Gobierno de la Universidad de Granada (BOUGR núm. 112, de 9 noviembre de 2016). De esta forma, los estudiantes que no puedan concurrir a pruebas de evaluación que tengan asignadas una fecha de realización por el Centro podrán solicitar al Director del Departamento la evaluación por incidencias en los supuestos indicados en la citada normativa. Del mismo modo, la evaluación por tribunal y la evaluación del alumnado con discapacidad u otras necesidades específicas de apoyo educativo se registrarán por lo establecido en la citada normativa.

### CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

Tal y como establece la normativa al respecto, los estudiantes que no hayan superado la asignatura en la convocatoria ordinaria dispondrán de una convocatoria extraordinaria. A ella podrán concurrir todos los estudiantes, con independencia de haber seguido o no un proceso de evaluación continua. La calificación de los estudiantes en la convocatoria extraordinaria se ajustará a las reglas establecidas en la guía didáctica de la asignatura. De esta forma, el estudiante que no haya realizado la evaluación continua tendrá la posibilidad de obtener el 100% de la calificación mediante la realización de un examen de las mismas características que el recogido en el caso de estudiantes de Evaluación Única Final.

## INFORMACIÓN ADICIONAL



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS      Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 24/05/2019 09:55:07      Página: 4 / 5



y7MojZpFh9kSkRBdrc4D1n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

Información adicional sobre el Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas:

<http://grados.ugr.es/informaticaymatematicas/>

Comisión docente de Matemáticas:

<http://www.ugr.es/~cdocmat/>



UNIVERSIDAD  
DE GRANADA

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR

[grados.ugr.es](http://grados.ugr.es)

Firmado por: MIGUEL ORTEGA TITOS    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 24/05/2019 09:55:07    Página: 5 / 5



y7MojZpFh9kSkRBdrc4D1n5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.