

**UNIVERSIDAD DE GRANADA. FACULTAD DE CIENCIAS**  
**Ignacio Sánchez Rodríguez**  
 Guía Docente de la asignatura:  
**Física Matemática (Geometría Diferencial y Variedades)**

**GUIA DOCENTE DE LA ASIGNATURA**  
**DESCRIPTION OF INDIVIDUAL COURSE UNIT**

<b>Nombre de la asignatura/módulo/unidad y código</b> Course title and code	Física Matemática (Geometría Diferencial y Variedades)
<b>Nivel (Grado/Postgrado)</b> Level of course (Undergraduate/Postgraduate)	Grado de Licenciado en Física – 2º Ciclo – 4º Curso
<b>Plan de estudios en que se integra</b> Programme in which is integrated	24-10-1997 (BOE 26-11/1997)
<b>Tipo (Troncal/Obligatoria/Optativa)</b> Type of course (Compulsory/Elective)	Optativa
<b>Año en que se programa</b> year of study	2012-2013
<b>Calendario (Semestre)</b> Calendar (Semester)	2º cuatrimestre
<b>Créditos teóricos y prácticos</b> Credits (theory and practice)	4 teóricos + 2 prácticos
<b>Créditos expresados como volumen total de trabajo del estudiante (ECTS)</b> Number of credits expressed as student workload (ECTS)	6 ECTS= 162 horas de trabajo (1 ECTS = 27 horas de trabajo)
<b>Descriptor</b> Descriptors	Geometría diferencial. Variedades diferenciables. Cálculo en variedades. Curvas y superficies. Formas diferenciales. Campos de tensores. Métrica riemanniana. Integración en variedades.
<b>Objetivos (expresados como resultados de aprendizaje y competencias)</b> Objectives of the course (expressed in terms of learning outcomes and competences)	<p>El <b>objetivo de esta asignatura</b> es que el alumno/a logre la competencia básica en el área de Geometría Diferencial. Entendemos por competencia básica el conocimiento básico de la materia y, relativo a ella, la capacidad de entender un texto y la destreza de expresar correctamente una idea propia. Este objetivo se considera alcanzado cuando, como <b>resultados del aprendizaje</b>, el alumno/a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● sabe qué objetos concuerdan con las definiciones principales: entiende las propiedades que los caracterizan, conoce ejemplos modélicos significativos, posee habilidad para hacer cálculos sobre ellos y es capaz de interpretar geoméricamente los resultados.</li> <li>● comprende el significado de cada resultado teórico importante: entiende la certeza que establece entre los objetos y sus propiedades, concibe la lógica de su demostración y sabe aplicarlo a los ejemplos que conoce.</li> <li>● es eficaz en la resolución de los problemas propuestos y tiene la capacidad de proponer nuevos problemas, valorando el grado de dificultad.</li> <li>● relaciona los conceptos adquiridos con las materias curriculares anteriores y se encuentra en la disposición adecuada para posteriores aplicaciones.</li> </ul> <p>Las <b>competencias específicas</b> de la asignatura desarrolladas a lo largo del curso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Uso del lenguaje matemático, como medio comunicativo eficaz para expresar las ideas científicas y técnicas.</li> <li>● Capacidad de abstracción matemática.</li> <li>● Ampliación de la intuición geométrica.</li> <li>● Habilidad para comunicar las abstracciones matemáticas y las intuiciones.</li> <li>● Aprender los conceptos y las definiciones básicas de geometría diferencial.</li> <li>● Destreza en los cálculos sobre variedades, tanto simbólicos como numéricos.</li> <li>● Conocer los ejemplos modélicos de variedades diferenciables.</li> <li>● Reexaminar sus conocimientos de cálculo vectorial.</li> <li>● Adaptar el cálculo diferencial en varias variables al cálculo en variedades.</li> <li>● Entender la importancia del concepto de difeomorfismo.</li> <li>● Conocer la definición intrínseca de vectores y campos.</li> <li>● Manipular correctamente aplicaciones y campos ante cambios de coordenadas.</li> <li>● Comprender la diferencia entre 1-forma diferencial y campo de vectores.</li> <li>● Valorar la métrica riemanniana como una generalización del espacio euclídeo.</li> <li>● Reconocer los diferentes tipos de tensores en variedades riemannianas.</li> <li>● Entender la necesidad del concepto de conexión lineal.</li> <li>● Entender y manipular las formas diferenciales de grado superior.</li> </ul>

- Distinguir las formas diferenciales cerradas y las exactas.
- Conocer el concepto de curvatura de una conexión lineal.
- Conocer el mecanismo de integración en variedades.
- Relacionar los teoremas de integración del cálculo con el teorema de Stokes.

Las **competencias transversales o genéricas** trabajadas que destacamos son:

- Actitud crítica y capacidad de autocritica.
- Capacidad de aplicar conocimientos a la práctica.
- Flexibilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
- Habilidad para trabajar autónomamente y en grupo.
- Destrezas para manejar la información.

#### Prerrequisitos y recomendaciones Prerequisites and advises

Se requieren esencialmente los conocimientos de las asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física I y II. Algunos conceptos de los Métodos Matemáticos III y IV, como de las otras tres asignaturas de Física Matemática, serán usados en ésta. Haber cursado todas o alguna de ellas será de interés. Gran parte de las asignaturas de primer ciclo tienen temas para motivar esta asignatura. Recomendamos haber cursado la asignatura de Mecánica y Ondas.

#### Contenidos/descriptores/palabras clave Course contents/descriptors/key words

**Tema 1. Geometría diferencial y topología de variedades:** El concepto de variedad: sistemas de coordenadas. Primeros ejemplos. Estructura diferenciable y topología. Curvas y superficies de  $\mathbf{R}^3$ . Subvariedades regulares de  $\mathbf{R}^n$ . Otros ejemplos: variedades en Física y Geometría, espacios de configuración, grupos de Lie.

**Tema 2. Aplicaciones diferenciables y espacios tangentes:** Aplicaciones entre variedades. Funciones y curvas. Sumersiones e inmersiones. Difeomorfismo. Ejemplos. Espacio tangente. Diferencial de una aplicación. Campos de vectores y curvas integrales. Campos completos. Ejemplos.

**Tema 3. Formas diferenciales de primer grado:** Dual de un espacio vectorial. Espacio cotangente. Formas diferenciales de primer grado. Forma diferencial de una función real. Integración de 1-formas a lo largo de curvas. Ejemplos.

**Tema 4. Tensor métrico:** Producto escalar y cálculo tensorial en un espacio vectorial. Tensor métrico en variedades. Variedades riemannianas y lorentzianas. Correspondencia entre campos de vectores y 1-formas diferenciales. Introducción a la conexión de Levi-Civita. Ejemplos y aplicaciones.

#### **Tema 5. Formas diferenciales de grado superior:**

Álgebra exterior en un espacio vectorial. Formas diferenciales grado arbitrario. Producto exterior. Diferencial exterior. Formas exactas y cerradas. Introducción a la curvatura. Ejemplos y aplicaciones.

**Tema 6. Integración en variedades:** Formas de volumen. Orientación y variedades orientables. Ejemplos. Integración de 2-formas en superficies. Integración en variedades. Variedades con borde. Teorema de Stokes en variedades. Aplicaciones en dimensión 1,2 ó 3.

#### Bibliografía recomendada Recommended reading

1. - R. Abraham, J.E. Marsden, *Foundations of Mechanics*, 2ª ed., Massachusetts: Perseus books, 1998.
2. - D. Bachman, *A Geometric Approach to Differential Forms*, Boston: Birkhauser, 2006.
3. - W.D. Curtis, F.R. Miller, *Differential Manifolds and Theoretical Physics*, San Diego: Academic Press, 1985.
4. - C.J. Isham, *Modern Differential Geometry for Physicists*, 2ª ed., Singapore: World Scientific, 1990.
5. - T. Frankel, *The Geometry of Physics: An Introduction*, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
6. - P. M. Gadea, J. Muñoz Masqué, *Analysis and Algebra on Differentiable Manifolds: A Workbook for Students and Teachers*, Dordrecht: Kluwer, 2001.
7. - J. M. Gamboa, J. M. Ruiz, *Iniciación al estudio de las variedades diferenciables*, Madrid: Sanz y Torres, 1999.
8. - J.E. Marsden., R. Ratió, R. Abraham, *Manifolds, Tensor Analysis, and Applications*, 2ª ed., Beijing: Collaage Press, 1998.
9. - B. O'Neill, *Semi-Riemannian Geometry*, New York: Academic Press, 1983.

#### Métodos docentes Teaching methods

**Clases teórico-prácticas y sesiones prácticas, con secuenciación por contenidos:** El curso consta aproximadamente de 15 semanas y se divide en 2 sesiones de una hora y una sesión de 2 horas cada semana. Las sesiones semanales de una hora serán clases teórico-prácticas de contenidos fundamentalmente teóricos con ilustraciones y ejemplos; y las sesiones de dos horas serán principalmente de práctica y discusión sobre hojas de problemas, resolución de dificultades, material interactivo e Internet.

Las duraciones estimadas de los temas serán las siguientes (la duración y las fechas son propuestas de tipo indicativo que pueden variar ligeramente según la dinámica de cada grupo):

Duraciones:

- Tema 1: 3 semanas.
- Tema 2: 2 semanas.
- Tema 3: 2 semanas.
- Tema 4: 3 semanas.
- Tema 5: 3 semanas.
- Tema 6: 2 semanas.

Fechas de inicio y final - Curso académico 2012-13:

- Tema 1 : 18-02-2013 a 11-03-2013
- Tema 2 : 12-03-2013 a 2-04-2013
- Tema 3 : 3-04-2013 a 16-04-2013
- Tema 4 : 17-04-2013 a 8-05-2013
- Tema 5 : 9-05-2013 a 28-05-2013
- Tema 6 : 29-05-2013 a 12-06-2013

**Foro de la asignatura:** Se usará la plataforma SWAD de la Universidad de Granada para la activación de un foro sobre la asignatura.

**Tutorías clásicas y por correo electrónico:** La atención personalizada del profesor al alumno/a podremos hacerla bien de manera individual o en pequeños grupos, en horario de tutorías. Se podrá hacer por iniciativa espontánea de los alumno/as o por recomendación del profesor. Los alumno/as podrán solicitar y obtener ayuda y orientación del profesor por medio del correo electrónico.

**Actividades y horas de trabajo estimadas**  
Activities and estimated workload (hours)

Actividad / horas de trabajo	Aula	Personal	Total
<b>EN EL AULA</b>			
<b>Clases teórico-prácticas:</b>	<b>30</b>	<b>45</b>	<b>75</b>
<b>Sesiones prácticas:</b>			
Problemas resueltos por el profesor	12	9	21
Actividades académicas dirigidas, con profesor			
Tutorías colectivas	8		8
Resoluciones de problemas	6	6	12
Internet y software	4	4	8
<b>Total a.a.d. (con profesor)</b>	<b>18</b>	<b>10</b>	<b>28</b>
<b>FUERA DEL AULA</b>			
Actividades académicas dirigidas, sin profesor			
Ejercicios propuestos		24	24
Tutorías personalizadas		1	1
Foro		3	3
<b>Total a.a.d. (sin profesor)</b>		<b>28</b>	<b>28</b>
<b>Total de trabajo del alumno/a</b>	<b>60</b>	<b>102</b>	<b>162</b>

**Tipo de evaluación y criterios de calificación**  
Assessment methods

Examen final escrito, consistente en una serie de problemas y cuestiones con contenidos teóricos y prácticos, donde el alumno/a refleje los resultados de su aprendizaje y el nivel de competencias alcanzado, sobre las materias que ha cursado.

A criterio del profesor, se podrá valorar hasta un 20% del total de la calificación final: la asistencia a clase, la exposición de problemas resueltos en clase, la participación a través de las plataformas web, la participación activa y positiva en la dinámica del curso.

**Idioma usado en clase y exámenes**  
Language of instruction

Español.

**Enlaces a más información**  
Links to more information

Habrà activado un Directorio de la asignatura en el Tablón de Docencia del acceso identificado. También se hará uso de la plataforma SWAD de la Universidad de Granada para todo tipo de intercambio de información a lo largo del curso.

**Nombre del profesor(es) y dirección de contacto para tutorías**  
Name of lecturer(s) and address for tutoring

IGNACIO SÁNCHEZ RODRÍGUEZ  
Tlf: 958248298  
Correo electrónico: [ignacios@ugr.es](mailto:ignacios@ugr.es)  
Departamento de Geometría y Topología.  
Despacho nº 2, 2ª planta del ala de Matemáticas.  
Horario tutorías - 2º cuatrimestre: Lunes, martes y miércoles: 13-14 h., martes: 17-19 h. y miércoles 18-19 h.