

## CURVAS Y SUPERFICIES (2015/2016)

Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Álgebra Lineal, Geometría y Topología	Curvas y superficies	4º	2º	6	Obligatoria
PROFESOR			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
M. César Rosales Lombardo			Despacho nº 6 Dpto. Geometría y Topología Facultad de Ciencias Avd. Fuentenueva s/n Teléfono: 958242084 Email: <a href="mailto:crosales@ugr.es">crosales@ugr.es</a> Web: <a href="http://www.ugr.es/~crosales/cys1516.html">http://www.ugr.es/~crosales/cys1516.html</a>		
			HORARIO DE TUTORÍAS		
			Lunes de 10-12 y de 13-14 Miércoles de 9-11 y de 13-14		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas			Arquitectura, Ingeniería Civil, Ingeniería de Edificación, Física, Biología, Óptica y Optometría, Medicina,...		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)					
Para un correcto aprovechamiento de la materia "Curvas y superficies" se recomienda haber superado " Geometría I", "Geometría II", "Geometría III" y "Topología I". También se recomienda tener conocimientos adecuados sobre álgebra lineal y multilineal, cálculo diferencial en una y varias variables, y ecuaciones diferenciales ordinarias.					



## BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)

1. Referencias de Frenet.
2. Curvaturas de curvas.
3. Superficies en el espacio.
4. Curvaturas normales.
5. Curvaturas de Gauss y media en superficies.
6. Geodésicas.

## COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

### COMPETENCIAS GENERALES O BÁSICAS (CB):

- CB1. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en el Grado en Matemáticas.
- CB2. Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente.
- CB3. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- CB4. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.
- CB5. Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.
- CB6. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.

### COMPETENCIAS ESPECÍFICAS (CE):

- CE1. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.
- CE2. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos.
- CE3. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE4. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CE5. Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE6. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE7. Utilizar aplicaciones informáticas de visualización gráfica para experimentar y resolver problemas.

## OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

1. Utilizar el análisis matemático para la modelización de problemas geométricos.
2. Comprender las nociones fundamentales de la curvatura en los diferentes contextos geométricos y su cálculo explícito.
3. Automatización de los procedimientos de cálculo, algebraico y analítico, mediante su aplicación a situaciones geométricas.



## TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

### TEMARIO TEÓRICO:

#### Tema 1. Curvas

- 1.1. Curvas parametrizadas. Curvas regulares. Longitud de arco.
- 1.2. Teoría local de curvas planas: curvatura y diedro de Frenet.
- 1.3. Teoría local de curvas en el espacio: curvatura, torsión y triedro de Frenet.

#### Tema 2. Superficies en el espacio

- 2.1. Definición de superficie. El plano tangente.
- 2.2. La diferencial de una aplicación diferenciable.
- 2.3. Orientabilidad. Aplicación de Gauss.

#### Tema 3. Curvaturas de Gauss y media en superficies

- 3.1. El operador de Weingarten. Primera y segunda forma fundamental.
- 3.2. Curvaturas principales, curvatura de Gauss y curvatura media.
- 3.3. Superficies totalmente umbilicales.
- 3.4. Expresiones locales de la aplicación de Gauss y de las curvaturas.
- 3.5. Curvaturas normales y fórmula de Euler.
- 3.6. Teoremas de Hilbert, Jellet y Liebmann.

#### Tema 4. Curvas geodésicas.

- 4.1. Distancia intrínseca de una superficie.
- 4.2. Variaciones de una curva. Las geodésicas como puntos críticos de la longitud.
- 4.3. Exponencial y entornos normales. Propiedades minimizantes de las geodésicas.
- 4.4. Isometrías locales y Teorema Egregium de Gauss.

### TEMARIO PRÁCTICO:

Por cada tema del programa de teoría se entregará a los alumnos una relación de ejercicios, problemas y actividades complementarias.

Este material se trabajará durante las sesiones teóricas, las sesiones prácticas, los seminarios, las tutorías y las exposiciones orales.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA FUNDAMENTAL:

- A. M. Amores Lázaro: Curso básico de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 2001.
- M. P. do Carmo: Geometría diferencial de curvas y superficies. Alianza Universidad Textos, 135. Alianza Editorial, Madrid, 1992.
- L. A. Cordero, M. Fernández y A. Gray: Geometría diferencial de curvas y superficies (con Mathematica). Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington, 1995.
- S. Montiel y A. Ros: Curves and surfaces. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, 69 (2005). Versión en inglés de la edición en castellano publicada por Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997.
- J. Pérez: Curvas y superficies. Granada, 2014. Disponible en <http://wdb.ugr.es/~jperez/wordpress/wp-content/uploads/raiz2.pdf>



#### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

- A. F. Costa, M. Gamboa y A. M. Porto: Notas de geometría diferencial de curvas y superficies. Editorial Sanz y Torres, Madrid, 1977.
- J. Oprea: Differential geometry and its applications. Prentice-Hall, N. J. 1997.
- D. J. Struik: Geometría diferencial clásica. Aguilar, Madrid, 1973.

#### ENLACES RECOMENDADOS

- [Web de la asignatura](#)
- [Web de docencia del Dpto. de Geometría y Topología](#)
- [http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves\\_dir/specialPlaneCurves.html](http://www.xahlee.org/SpecialPlaneCurves_dir/specialPlaneCurves.html)
- <http://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Surfaces>

#### METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente a seguir en la materia constará de:

- Un 30% de docencia presencial en el aula. Sesiones con todo el grupo dedicadas tanto a la explicación de contenidos del programa como a la realización de ejercicios relativos a dichos contenidos.
  - Un 10% para resolución guiada de problemas con todo el grupo, tutorías colectivas, seminarios, exposiciones y pruebas de evaluación.
  - Un 60% de trabajo del alumno, búsqueda, consulta y tratamiento de información, así como resolución de problemas y casos prácticos, y realización de trabajos.
  - Las actividades formativas se desarrollarán desde una metodología participativa y aplicada que se centrará en el trabajo del estudiante (presencial y no presencial / individual y grupal).

#### EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

De acuerdo con la "Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada", con objeto de evaluar la adquisición de los contenidos y competencias a desarrollar en la materia, se utilizarán alternativamente los sistemas de evaluación continua y de evaluación única final.

- Evaluación continua: Será el método preferente de evaluación. Se trata de un sistema de evaluación diversificado, en el que se tendrán en cuenta los siguientes apartados:

1. Pruebas escritas: Se realizará al menos una prueba parcial de contenido eliminatorio a lo largo del curso. Se realizarán también dos exámenes finales de toda la asignatura impartida, uno en convocatoria ordinaria y otro en convocatoria extraordinaria. Este apartado supondrá el 80% de la calificación final de la asignatura.

2. Participación activa en las sesiones teóricas, seminarios, exposiciones orales, talleres con ordenador y tutorías. Este apartado supondrá el 20% de la calificación final de la asignatura.

Para superar la asignatura será necesario obtener al menos una puntuación de 5 puntos sobre 10 en el apartado de pruebas escritas. Los porcentajes anteriores se aplicarán tanto en la convocatoria ordinaria de junio como en la extraordinaria de septiembre.



- Evaluación única final: Según se contempla en la “Normativa de Evaluación y de Calificación de los Estudiantes de la Universidad de Granada” de 20 de mayo de 2013, aquellos estudiantes que, en los supuestos contemplados en dicha normativa, no puedan cumplir con el método de evaluación continua descrito anteriormente, podrán solicitar al Director del Departamento, en las dos primeras semanas de impartición de la asignatura, el acogerse a la evaluación única final. En tal caso, se realizará en la convocatoria ordinaria una única prueba escrita en la que se valorarán sobre una calificación de 10 puntos los conocimientos y competencias adquiridos por los estudiantes que se acojan a esta modalidad. Los alumnos que se hayan acogido a esta modalidad también dispondrán de la convocatoria extraordinaria de septiembre.
- Las calificaciones finales se expresará mediante calificación numérica de acuerdo con lo establecido en el artículo 5 del R.D. 1125/2003, de 5 de septiembre, por el que se establece el sistema europeo de créditos y el sistema de calificaciones en las titulaciones universitarias de carácter oficial y validez en el territorio nacional. La calificación global corresponderá a la puntuación ponderada de los diferentes aspectos y actividades que integran el correspondiente sistema de evaluación.

#### INFORMACIÓN ADICIONAL

Información adicional sobre el Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas:

<http://grados.ugr.es/informaticaymatematicas/>

Comisión docente de Matemáticas:

<http://www.ugr.es/~cdocmat/>



*ugr* | Universidad  
de Granada

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR

<http://grados.ugr.es>