Límites y continuidad

Instrucciones. Presiona "Inicio del Test" para empezar a rellenar el test y "Final del Test" para conocer tu puntuación. Después de esto puedes utilizar el botón "Correctas" para conocer las respuestas correctas.

Inicio del Test Responder a las siguientes cuestiones:

1. La función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & \text{si } x < 0 \\ 1 + \log(x+1), & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

es continua.

☐ Verdadero ☐ Falso

2. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2-5x+14}{4x^2-5x+19}$

☐ $+\infty$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ 2

3. Calcula $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2+x}{x^3-x}$

☐ 0 ☐ 1 ☐ $+\infty$

4. Calcula $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4x^2-3x+7}{x^3-2x^2+5x}$

☐ 0 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

5. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{x^2}$

☐ 0 ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\infty$

6. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-x}}$

☐ $+\infty$ ☐ 0 ☐ 1

7. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2+1}\right)$

☐ 0 ☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

8. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$

☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$ ☐ 0

9. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x}}{x}$

☐ -1 ☐ 1 ☐ $+\infty$

10. La función $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$

☐ tiene una asíntota vertical en $x = 0$ ☐ tiene una asíntota horizontal en $y = 0$ ☐ no tiene asíntotas

11. La función $f(x) = \frac{x^2+x-7}{3x^2+x+1}$

☐ $x = 1/3$ es una asíntota vertical ☐ $y = 1/3$ es una asíntota horizontal

12. La función $f(x) = \frac{4x^4-2x^2+x}{x^3-2x+1}$ tiene una asíntota oblicua $y = mx+n$.

☐ $m = 4,\ n = 1$ ☐ $m = 4,\ n = 0$ ☐ $m = 1/4,\ n = 0$

Final del Test | Puntos: | Correctas

Soluciones a los Tests

Solución al Test: Los límites laterales de la función en cero no coinciden. Por tanto, la función no es continua en cero. Final del Test

Solución al Test: Dividiendo en el numerador y en el denominador por la máxima potencia, que es x^2, nos queda el límite siguiente:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x} + \frac{14}{x^2}}{4 - \frac{5}{x} + \frac{19}{x^2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Final del Test

Solución al Test: El límite propuesto presenta una indeterminación de "$\frac{0}{0}$"; factorizando la expresión nos queda:

$$\frac{x(x-1)^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{\cancel{x}\cancel{(x-1)}(x-1)}{\cancel{x}\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{x-1}{x+1}$$

así que cuando $x \to 1$, la función tiende a 0. Final del Test

Solución al Test: Dividiendo en el numerador y en el denominador por la máxima potencia, que es x^3, nos queda el límite siguiente:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{4}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3}}{1 - \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}} = \frac{0}{1} = 0$$

Final del Test

Solución al Test: Multiplicamos el numerador y el denominador por el conjugado del numerador $(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})$ y nos queda el límite siguiente:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-(x+1)}{x^2(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-1}{x^2(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})}=0$$

Final del Test

Solución al Test: El límite presenta una indeterminación de "$\frac{0}{0}$" por lo que vamos a factorizar:

$$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-x}} = \lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{x-1}{x(x-1)}} = \lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{\cancel{(x-1)}}{x\cancel{(x-1)}}} = \lim_{x\to 1} \sqrt{\frac{1}{x}} = 1$$

Final del Test

Solución al Test: El límite no presenta ninguna una indeterminación ya que el primer sumando tiende a $+\infty$ y el segundo sumando a 1. Por tanto, el resultado es:

$$\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2+1}\right)=+\infty$$

Final del Test

Solución al Test: El límite presenta una indeterminación del tipo "$\infty - \infty$"ya que el primer sumando tiende a $+\infty$ y el segundo sumando a $+\infty$. Tomamos común denominador y multiplicando el numerador y denominador por $\sqrt{x}$ el resultado es:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right) &= \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}-x}{x\sqrt{x}} = \lim_{x\to 0^+}\frac{x-x\sqrt{x}}{x^2} \\
&= \lim_{x\to 0^+}\frac{x(1-\sqrt{x})}{x^2} = \lim_{x\to 0^+}\frac{1-\sqrt{x}}{x} = +\infty
\end{aligned}$$

Final del Test

Solución al Test:

$$lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{\frac{x}{x^2}}=\lim_{x\to 0^+}\sqrt{\frac{1}{x}}=+\infty$$

Final del Test

Solución al Test: Como $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$, la función tiene un asíntota vertical en $x = 0$. La recta $y = 1$ es una asíntota horizontal ya que $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$. No tiene asíntotas oblicuas.

Final del Test

Solución al Test: Como $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1/3$, la recta $y = 1/3$ es una asíntota horizontal. Final del Test